# Simulasi Komputer Pengaruh Efek Proksimitas pada Medan Kritis Superkonduktor

(masuk/received 27 Juli 2016, diterima/accepted 9 Februari 2017)

Computational Simulation of Proximity Effect on Superconductor Critical Field

# Fuad Anwar<sup>1</sup>, Pekik Nurwantoro<sup>2</sup>, Arief Hermanto<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Program Studi Fisika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Sebelas Maret (UNS), Surakarta, Indonesia
 <sup>2</sup>Jurusan Fisika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Gadjah Mada (UGM), Yogyakarta, Indonesia
 *fuada70@yahoo.com*

**Abstrak** – Telah dibuat kajian pengaruh syarat batas efek proksimitas pada penyelesaian komputasi persamaan Ginzburg-Landau Gayut Waktu. Bahan kajian adalah superkonduktor berbentuk kotak yang berbatasan dengan bahan lain pada keempat sisinya dan dipengaruhi medan magnet luar. Metode pembuatan simulasi didasarkan pada persamaan Ginzburg-Landau gayut waktu serta persamaan syarat batas parameter benahan dan syarat batas medan magnet. Persamaan-persamaan tersebut lalu didiskretkan dengan menggunakan metode  $\psi$ U. Hasil kajian menunjukkan bahwa nilai medan kritis permukaan membesar, medan kritis rendah mengecil pada ukuran bahan  $N_x \times N_y = 12 \times 12$  dan membesar pada ukuran bahan  $N_x \times N_y = 32 \times 32$  jika nilai panjang ekstrapolasi membesar.

Kata kunci: efek proksimitas, persamaan TDGL, superkonduktor

**Abstract** – We have made a study about influence of the boundary conditions with the proximity effect on the computational solutions of the Time Dependent Ginzburg-Landau (TDGL) equations. The object of our study was a rectangular superconductor bounded by other material and applied to an external magnetic field. The TDGL equations and their boundary conditions was solved using  $\psi U$  method. The result of this study shows that the surface critical field increases, the lower critical field decreases at the size of  $N_x \times N_y = 12 \times 12$  and increases at the size of  $N_x \times N_y = 32 \times 32$ , when the extrapolation length decreases.

Key words: proximity effect, TDGL equations, superconductor

## I. PENDAHULUAN

Kajian sifat-sifat superkonduktor dengan menggunakan persamaan Ginzburg-Landau gayut waktu yang diselesaikan dengan menggunakan metode  $\psi U$  telah dilakukan banyak orang [1-15]. Metode  $\psi U$  dipilih karena hasil perhitungan dianggap tetap konvergen ketika medan magnet dinaikkan sampai mendekati nilai medan kritis permukaan [1,4,7].

Pada keadaan nyata dan ketika diterapkan dalam teknologi, superkonduktor hampir selalu terletak berbatasan dengan bahan lain yang bukan ruang hampa. Karena itulah, beberapa peneliti [5-8] telah memasukkan syarat batas parameter benahan dengan efek proksimitas dalam penyelesaian komputasi persamaan Ginzburg-Landau Gayut Waktu dengan metode  $\psi U$  dan hasilnya dipakai untuk mengkaji sifat-sifat superkonduktor.

Selain itu, pada kajian sebelumnya [15], penulis telah mengkaji cara menentukan nilai medan kritis pada penyelesaian Persamaan Ginzburg-Landau Gayut Waktu dengan metode  $\psi U$ . Sebagai lanjutan kajian tersebut, dalam makalah ini akan dibahas bagaimana pengaruh efek proksimitas pada nilai medan kritis superkonduktor.

### II. LANDASAN TEORI

Persamaan Ginzburg-Landau gayut waktu dapat dituliskan sebagai [1-3,16]

$$\frac{\partial \psi(\mathbf{r},t)}{\partial t} = \left(\nabla - i\mathbf{A}(\mathbf{r},t)\right)^2 \psi(\mathbf{r},t) + \psi(\mathbf{r},t) - \left|\psi(\mathbf{r},t)\right|^2 \psi(\mathbf{r},t), \qquad (1)$$

$$\sigma \frac{\partial \mathbf{A}(\mathbf{r},t)}{\partial t} = \frac{1}{2i} \Big( \overline{\psi}(\mathbf{r},t) \nabla \psi(\mathbf{r},t) - \psi(\mathbf{r},t) \nabla \overline{\psi}(\mathbf{r},t) - 2i |\psi(\mathbf{r},t)|^2 \mathbf{A}(\mathbf{r},t) \Big), \quad (2)$$
$$-\kappa^2(T) \nabla \times (\nabla \times \mathbf{A}(\mathbf{r},t) - \mathbf{H}_{ext}(\mathbf{r},t))$$

Jika superkonduktor terletak berbatasan dengan medium lain (misalnya logam), maka syarat batas parameter benahannya adalah

$$\hat{\mathbf{n}} \cdot \left[ \nabla - i\mathbf{A} \right] \psi = \frac{\psi}{b} \,, \tag{3}$$

dan syarat batas medan magnetnya adalah

$$\mathbf{H}_{\mathbf{ext}} = \nabla \times \mathbf{A} \,. \tag{4}$$

Dalam persamaan-persamaan di atas,  $\psi$  adalah parameter benahan dalam satuan  $\psi_0 = (|\alpha(T)|/\beta)^{1/2}$ , **A** adalah potensial vektor magnet dalam satuan  $A_0 = \mu_0 H_{c2}(T) \xi(T)$ , **H**<sub>ext</sub> adalah intensitas medan magnet luar dalam satuan  $H_{c2}(T)$ ,  $\sigma$  adalah konduktivitas listrik dalam satuan  $\sigma_0 = 1/(\mu_0 \kappa(T)^2 D)$ , **r** adalah panjang dalam satuan  $\xi(T)$ , *t* adalah waktu dalam satuan  $\tau(T) = \xi(T)^2/D$ ,  $\alpha(T)$  dan  $\beta$  adalah koefisien ekspansi rapat energi bebas Ginzburg-Landau,  $H_{c2}(T)$  adalah medan kritis tinggi superkonduktor,  $\xi(T)$  adalah adalah panjang koherensi,  $\kappa(T)$ adalah parameter Ginzburg-Landau, D adalah konstanta difusi fenomenologi serta *b* adalah panjang ekstrapolasi dalam satuan  $\xi(T)$  [1-3,16].

v

#### **III. METODE PENELITIAN**

Pada penelitian ini, ditinjau suatu bahan superkonduktor berbentuk kotak dengan panjang  $N_x$  dan lebar  $N_y$  pada arah sumbu x dan y serta dikenai medan magnet luar yang seragam, gayut waktu dan searah sumbu z positif.

Di dalam metode  $\psi U$ , superkonduktor berbentuk kotak berukuran  $N_x \times N_y$  dianggap tersusun dari sekumpulan sel berukuran  $\Delta_x \times \Delta_y$ . Di tiap sel tersebut, terdapat tiga besaran fundamental, yaitu  $\psi$ ,  $U^x$  dan  $U^y$ . Penjelasan ketiga besaran tersebut pada keadaan superkonduktor yang dikaji adalah [1-3]

- $\psi_{i,j}$  adalah parameter benahan pada posisi  $(x_i, y_j)$ dengan  $i = 1, 2, ..., N_x + 1$  dan  $j = 1, 2, ..., N_y + 1$ .
- *U<sup>x</sup>* disebut peubah pautan medan magnet pada arah sumbu *x* dan didefinisikan sebagai

$$U_{i,j}^{x} = U^{x}(x_{i}, y_{j}) = \exp\left(-i\int_{x_{i}}^{x_{i+1}} A_{x}(\xi, y_{j})d\xi\right), \quad (5)$$

dengan  $i = 1, 2, ..., N_x$  dan  $j = 1, 2, ..., N_y+1$ .

• *U<sup>y</sup>* disebut peubah pautan medan magnet pada arah sumbu *y* dan didefinisikan sebagai

$$U_{i,j}^{y} = U^{y}(x_{i}, y_{j}) = \exp\left(-i\int_{y_{j}}^{y_{j+1}} A_{y}(x_{i}, \eta) d\eta\right), \quad (6)$$

dengan  $i = 1, 2, ..., N_x + 1 \text{ dan } j = 1, 2, ..., N_y$ .

Jika persamaan Ginzburg-Landau gayut waktu diterapkan pada keadaan superkonduktor di atas dan didiskretkan dengan metode  $\psi U$  serta diambil nilai  $\sigma = 1$ , maka didapat sekumpulan persamaan berikut [1-3]  $\psi_{i,i}(t + \Delta t) = \psi_{i,i}(t)$ 

$$+ \left( \frac{U_{i,j}^{x}(t)\psi_{i+1,j}(t) - 2\psi_{i,j}(t) + \overline{U}_{i-1,j}^{x}(t)\psi_{i-1,j}(t)}{\Delta x^{2}} \right) \Delta t$$

$$+ \left( \frac{U_{i,j}^{y}(t)\psi_{i,j+1}(t) - 2\psi_{i,j}(t) + \overline{U}_{i,j-1}^{y}(t)\psi_{i,j-1}(t)}{\Delta y^{2}} \right) \Delta t$$

$$+ \left( 1 - \left| \psi_{i,j}(t) \right|^{2} \right) \psi_{i,j}(t) \Delta t$$

$$U_{i,j}^{x}(t + \Delta t) = U_{i,j}^{x}(t) - iU_{i,j}^{x}(t) \operatorname{Im} \left( U_{i,j}^{x}(t) \overline{\psi}_{i,j}(t) \psi_{i+1,j}(t) \right) \Delta t$$

$$- \frac{\kappa^{2}}{\Delta y^{2}} U_{i,j}^{x}(t) \left( L_{i,j}(t) \overline{L}_{i,j-1}(t) - 1 \right) \Delta t$$
(8)

$$U_{i,j}^{y}(t + \Delta t) = U_{i,j}^{y}(t) - iU_{i,j}^{y}(t) \operatorname{Im} \left( U_{i,j}^{y}(t) \overline{\psi}_{i,j}(t) \psi_{i,j+1}(t) \right) \Delta t - \frac{\kappa^{2}}{2} U_{i,j}^{y}(t) \left( \overline{L}_{i,j}(t) L_{i-1,j}(t) - 1 \right) \Delta t$$
(9)

 $\Lambda x$ 

dengan

$$L_{i,j} = U_{i+1,j}^{y} \overline{U}_{i,j}^{y} \overline{U}_{i,j+1}^{x} U_{i,j}^{x} \approx \exp\left(-i\Delta x \Delta y B_{z;i,j}\right).$$
(10)

Dengan cara yang sama, didapat pula syarat batas parameter benahan dan syarat batas medan magnet pada garis i = 1

$$\psi_{1,j}(t) = \frac{U_{1,j}^{x}(t)\psi_{2,j}(t)}{1 + \frac{\Delta x}{h}}$$
(11)

dan

$$U_{l,j}^{y} \approx U_{2,j}^{y} \overline{U}_{l,j+1}^{x} U_{l,j}^{x} \overline{\exp(-i\Delta x \Delta y H_{ext})}, \quad (12)$$

pada garis  $i = N_x + 1$ 

 $\psi_{N_{x}+1,j}(t) = \frac{\overline{U}_{N_{x},j}^{x}(t)\psi_{N_{x},j}(t)}{1 + \frac{\Delta x}{t}}$ (13)

dan

$$U_{N_x+1,j}^{y} \approx U_{N_x,j}^{y} U_{N_x,j+1}^{x} U_{N_x,j}^{x} \exp\left(-i\Delta x \Delta y H_{ext}\right), \quad (14)$$
  
pada garis  $j = 1$ 

$$_{i,1}(t) = \frac{U_{i,1}^{y}(t)\psi_{i,2}(t)}{1 + \frac{\Delta y}{b}},$$
(15)

dan

$$U_{i,1}^{x} \approx \overline{U}_{i+1,1}^{y} U_{i,1}^{y} U_{i,2}^{x} \exp\left(-i\Delta x \Delta y H_{ext}\right), \qquad (16)$$

pada garis  $j = N_y + 1$ 

$$\psi_{i,N_y+1}(t) = \frac{U_{i,N_y}^{y}(t)\psi_{i,N_y}(t)}{1 + \frac{\Delta y}{b}}$$
(17)

dan

$$U_{i,N_y+1}^x \approx U_{i+1,N_y}^y \overline{U}_{i,N_y}^y U_{i,N_y}^x \overline{\exp(-i\Delta x \Delta y H_{ext})}.$$
(18)

Dari hasil diskretisasi persamaan Ginzburg-Landau gayut waktu dan syarat batasnya di atas, dapat dibuat program simulasi penyelesaian persamaan Ginzburg-Landau gayut waktu. Secara umum, proses pembuatan program simulasi tersebut dimulai dengan menganggap superkonduktor yang mempunyai nilai  $\kappa$  tertentu berada pada keadaan suhu yang lebih kecil daripada suhu kritisnya dan dikenai medan luar  $H_{ext}$ =0, sehingga seluruh bagian superkonduktor mempunyai nilai  $\psi_{i,j}$  = 1 serta  $U_{i,j}^x$  =1 dan  $U_{i,j}^y$ =1.

Selanjutnya nilai medan luar  $H_{ext}$  dinaikkan dengan mengikuti persamaan

$$H_{ext}(t + \Delta t) = H_{ext}(t) + \Delta H_{ext}, \qquad (19)$$

dengan  $\Delta H_{ext}$  dimaksudkan sebagai kenaikan nilai  $H_{ext}$ untuk setiap nilai waktu  $\Delta t$  yang ditentukan. Kenaikan nilai  $H_{ext}$  menyebabkan adanya perubahan nilai  $\psi_{i,j}$  serta  $U_{i,j}^{x}$  dan  $U_{i,j}^{y}$  yang dihitung dengan menggunakan persamaan (7) - (18).

Nilai medan magnet luar  $H_{ext}$  dinaikkan berulang-ulang sehingga membentuk suatu proses iterasi dalam program komputer. Untuk setiap nilai  $H_{ext}$  perubahan nilai  $\psi_{i,j}$  serta  $U^{x}_{i,j}$  dan  $U^{y}_{i,j}$  akan dihitung dan dicatat. Demikian seterusnya program simulasi tersebut berjalan sampai  $H_{ext}$  mencapai nilai tertentu yang diinginkan.

Dari program komputer ini, dapat dihitung pula nilai magnetisasi M sebagai fungsi medan magnet luar dengan menggunakan persamaan

$$\langle M \rangle = \langle B \rangle - H_{ext},$$
 (20)

dengan

$$\langle B \rangle = \frac{\sum_{i=1,j=1}^{N_x,N_y} B_{z;i,j}(t)}{N_x \times N_y} \,. \tag{21}$$

#### IV. HASIL DAN PEMBAHASAN

Untuk mendapatkan hasil keluaran, maka program simulasi ini diberi masukan  $\Delta_x=0.5$ ,  $\Delta_y=0.5$ ,  $\Delta_r=0.010$ ,  $\Delta H_{ext}=0.000001$  dan  $\kappa=2.0$ . Selain itu, nilai masukan lain program simulasi ini divariasi seperti terlihat di Tabel 1.

Tabel 1. Variasi masukan Penelitian Proksimitas.		
Nama	Nilai	Nilai <i>b</i>
Masukan	$N_x \times N_y$	
А	$6 \times 6$	tak ada efek proksimitas
A1	$6 \times 6$	1
A2	$6 \times 6$	3
A3	$6 \times 6$	10
В	$12 \times 12$	tak ada efek proksimitas
B1	$12 \times 12$	1
B2	$12 \times 12$	3
B3	$12 \times 12$	10
С	$32 \times 32$	tak ada efek proksimitas
C1	$32 \times 32$	1
C2	$32 \times 32$	3
C3	$32 \times 32$	10

Pada penelitian ini, nilai masukan  $N_x \times N_y$  dinyatakan dalam satuan  $\Delta_x \times \Delta_y$ .

Dari masukan yang diberikan tersebut, jika program simulasi ini dijalankan, maka akan didapat grafik magnetisasi rata-rata sebagai fungsi medan magnet luar atau  $\langle M \rangle$ - $H_{ext}$  seperti terlihat di Gambar 1-3. Pustaka sebelumnya [15] menyebutkan bahwa nilai medan kritis rendah ( $H_{c1}$ ) dan medan kritis permukaan ( $H_{c3}$ ) dapat ditentukan berdasarkan titik maksimum lokal pertama dan titik nol grafik  $\langle M \rangle$ - $H_{ext}$ . Dengan melihat Gambar 1-3, maka nilai  $H_{c1}$  dan  $H_{c3}$  dapat ditentukan sebagaimana terlihat di Gambar 4 dan 5.



**Gambar 1.** Grafik  $\langle M \rangle$ - $H_{ext}$  pada --- : masukan A ( $N_x \times N_y = 6 \times 6$  dan tak ada efek proksimitas) ... : masukan A1 ( $N_x \times N_y = 6 \times 6$  dan b=1) ... : masukan A2 ( $N_x \times N_y = 6 \times 6$  dan b=3) ... : masukan A3 ( $N_x \times N_y = 6 \times 6$  dan b=10)



**Gambar 2.** Grafik  $<M>-H_{ext}$  pada — : masukan B  $(N_x \times N_y = 12 \times 12$  dan tak ada efek proksimitas) ... : masukan B1  $(N_x \times N_y = 12 \times 12$  dan b=1) ... : masukan B2  $(N_x \times N_y = 12 \times 12$  dan b=3)

...: masukan B3  $(N_x \times N_y = 12 \times 12 \text{ dan } b = 10)$ 







**Gambar 4.** Perbandingan nilai  $H_{cl}$  untuk berbagai keadaan masukan penelitian tanpa efek proksimitas (warna hitam) dan penelitian ada efek proksimitas (warna biru).



**Gambar 5.** Perbandingan nilai  $H_{c3}$  untuk berbagai keadaan masukan penelitian tanpa efek proksimitas (warna hitam) dan penelitian ada efek proksimitas (warna biru).

Dari kajian terhadap nilai  $H_{c1}$  dan  $H_{c3}$  di Gambar 4 dan 5, didapat fenomena-fenomena sebagai berikut:

- 1. Pada masukan A1, A2 dan A3  $(N_x \times N_y = 6 \times 6)$ , sebagaimana pada Gambar 4, nilai  $H_{cl}$  tidak tampak, karena grafik  $<M>-H_{ext}$  pada gambar 1 tidak mempunyai titik maksimum lokal pertama.
- 2. Pada masukan B1, B2 dan B3 ( $N_x \times N_y = 12 \times 12$ ), sebagaimana pada Gambar 4, jika nilai *b* membesar, maka nilai  $H_{cl}$  mengecil dan mendekati nilai  $H_{cl}$  tanpa efek proksimitas, sedangkan pada masukan C1, C2 dan C3 ( $N_x \times N_y = 32 \times 32$ ), sebagaimana pada gambar

5, jika nilai *b* membesar, maka nilai  $H_{c1}$  membesar dan mendekati nilai  $H_{c1}$  tanpa efek proksimitas.

3. Pada semua masukan penelitian ini, sebagaimana pada Gambar 5, jika nilai *b* membesar, maka nilai  $H_{c3}$  membesar dan mendekati nilai  $H_{c3}$  tanpa efek proksimitas.

# V. KESIMPULAN

Telah dilakukan pengkajian pengaruh efek proksimitas pada nilai medan kritis superkonduktor tipe II melalui penyelesaian komputasi Persamaan Ginzburg-Landau Gayut Waktu dengan metode  $\psi U$ . Hasil pengkajian menunjukkan bahwa (1) pada ukuran  $N_x \times N_y = 6 \times 6$  nilai  $H_{c1}$  tidak muncul, pada ukuran  $N_x \times N_y = 12 \times 12$  nilai  $H_{c1}$  mengecil jika nilai *b* membesar, dan pada ukuran  $N_x \times N_y = 32 \times 32$  nilai  $H_{c1}$  membesar jika nilai *b* membesar (2) pada ukuran  $N_x \times N_y = 6 \times 6$ ,  $N_x \times N_y = 12 \times 12$ , dan  $N_x \times N_y = 32 \times 32$  nilai  $H_{c1}$  membesar jika nilai *b* membesar.

#### UCAPAN TERIMA KASIH

Penulis mengucapkan banyak terima kasih kepada Direktorat Jenderal Pendidikan Tinggi (Ditjen Dikti)-Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan (Kemdikbud)-Indonesia untuk dukungan dana penelitian ini melalui beasiswa BPPS.

# PUSTAKA

- C. Bolech, G. C. Buscaglia, and A. Lopez, Numerical Simulation of Vortex Arrays in Thin Superconducting Films, *Phys. Rev. B*, vol. 52, no. 22, 1995, pp. R15719-R15722.
- [2] W. D. Gropp, H. G. Kaper, G. K. Leaf, D. M. Levine, M. Palumbo and V. M. Vinokur, Numerical Simulation of Vortex Dynamics in Type-II Superconductors, *Journal of Computational Physics*, no. 123, 1996, pp. 254-266.
- [3] T. Winiecki and C. S. Adams, A Fast Semi-Implicit Finite Difference Method for The TDGL Equations, *Journal of Computational Physics*, no. 179, 2002, pp. 127-139.
- [4] J. J. Barba, L. R. E. Cabral and J. A. Aguiar, Vortex Arrays in Superconducting Cylinders, *Physica C*, no. 460-462, 2007, pp. 1272-1273.

- [5] J. J. Barba, C. C. de Souza Silva, L. R. E. Cabral and J. A. Aguiar, Flux Trapping and Paramagnetic Effects in Superconducting Thin Films: The Role of de Gennes Boundary Conditions, *Physica C*, no. 468, 2008, pp. 718-721.
- [6] F. Anwar, M. Yunianto, R.A.S. Yosi, P. Nurwantoro, B.S.U. Agung, A. Hermanto, Simulasi Komputer Pengaruh Efek Proksimitas Pada Vorteks Superkonduktor, *Media Fisika*, vol. 7, no. 2, 2008, pp. 1-9.
- [7] J. Barba-Ortega and J. A. Aguiar, De Gennes Parameter Limit for The Occurrence of a Single Vortex in a Square Mesoscopic Superconductor, *Physica C*, no. 469, 2009, pp. 754-755.
- [8] F. Anwar, M. Yunianto, R.A.S. Yosi, P. Nurwantoro, B.S.U. Agung, A. Hermanto, Simulasi Komputer Pengaruh Efek Proksimitas Pada Vorteks Superkonduktor Berlubang, *Media Fisika*, vol. 9, no. 2, 2010, pp. 7-16.
- [9] J. Barba-Ortega, A. Becerra, and J.A. Aguiar, Two Dimensional Vortex Structures in a Superconductor Slab at Low Temperatures, *Physica C*, no. 470, 2010,pp. 225-230.
- [10] M.C.V. Pascolati, E. Sardella, and P.N. Lisboa-Filho, Vortex Dynamics in Mesoscopic Superconducting Square of Variable Surface, *Physica C*, no. 470, 2010, pp. 206-211.
- [11] J. Barba-Ortega, E. Sardella, J.A. Aguiar, and E.H. Brandt, Vortex State in a Mesoscopic Flat Disk with Rough Surface, *Physica C*, no. 479, 2012, pp. 49-52.
- [12] J. Barba-Ortega, E. Sardella, and J.A. Aguiar, Triangular Arrangement of Defects in a Mesoscopic Superconductor, *Physica C*, no. 485, 2013, pp. 107-114.
- [13] A. Presotto, E. Sardella and R. Zadorosny, Study of The Threshold Line between Macroscopic and Bulk Behaviors for Homogeneous Type II Superconductors, *Physica C*, no. 492, 2013, pp. 75-79.
- [14] F. Anwar, P. Nurwantoro, and A. Hermanto, Study of Anisotropy Superconductor using Time-Dependent Ginzburg-Landau Equation, *Journal of Natural Sciences Research*, vol. 3, no. 15, 2013, pp. 99-106.
- [15] F. Anwar, P. Nurwantoro, A. Hermanto, Kajian Medan Kritis pada Penyelesaian Komputasi Persamaan Ginzburg-Landau Gayut Waktu, Prosiding Pertemuan Ilmiah XXVIII Himpunan Fisika Indonesia Jateng & DIY, Yogyakarta, April 2014, pp 145-148.
- [16] M. Tinkham, Introduction to Superconductivity, McGraw-Hill Inc, Singapore, 1996.